

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy	symbol zdającego

**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z NOWĄ ERĄ
MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY**

 dysleksja**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–17**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

STYCZEŃ 2021**Czas pracy:
180 minut****Liczba punktów
do uzyskania: 50*****Powodzenia!***

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dla dowolnych, różnych od zera, liczb rzeczywistych x i y wyrażenie $\frac{(x-y)^3 + (x+y)^3}{(x-y)^2 + (x+y)^2}$ można zapisać w postaci

- A. $\frac{3x^2y + y^3}{2x^2 + 2y^2}$. B. $\frac{x^3 + 3xy^2}{x^2 + y^2}$. C. $\frac{x^3 + 3x^2y}{2x^2 + 2y^2}$. D. $\frac{3xy^2 + y^3}{x^2 + y^2}$.

Zadanie 2. (0–1)

Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) o wyrazach dodatnich jest 4 razy większa od drugiego wyrazu tego ciągu. Iloraz ciągu (a_n) jest równy

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Zadanie 3. (0–1)

Równanie $3x^5 - 10x^3 + 15x + 17 = 0$

- A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.
D. ma dokładnie pięć rozwiązań rzeczywistych.

Zadanie 4. (0–1)

Która spośród liczb: $a = \sin \frac{13\pi}{12}$, $b = \cos \frac{11\pi}{12}$, $c = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}$, $d = \cos \frac{\pi}{12}$ jest największa?

- A. a B. b C. c D. d

Zadanie 5. (0–1)

Środkiem symetrii wykresu funkcji f , określonej wzorem $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 3$, jest punkt o współrzędnych

- A. $(1, 3)$. B. $(3, 1)$. C. $(-3, 2)$. D. $(3, 2)$.

Zadanie 6. (0–2)

Dane są wektory $\vec{u} = [2, -3]$, $\vec{v} = [-1, 5]$. Oblicz długość wektora $2\vec{u} - 3\vec{v}$.

W kratki poniżej wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę jedności oraz pierwszą i drugą cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5	6
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	2
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 7. (0–2)

Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x^2 - 3}{x^3 - 3x - 2}$.



Odpowiedź:

Zadanie 8. (0–2)

Dany jest trójkąt o polu równym 3. Największy kąt tego trójkąta leży między bokami o długościach 2 i 6. Oblicz cosinus tego kąta.



Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	7	8
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 9. (0–2)

Ciąg $(|x|, \log_4 y, 2)$ jest arytmetyczny ($y > 0$). Rozważ y jako funkcję zmiennej x : $y = f(x)$. Zapisz wzór funkcji $f(x)$, a następnie wyznacz jej najmniejszą wartość.



Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–3)

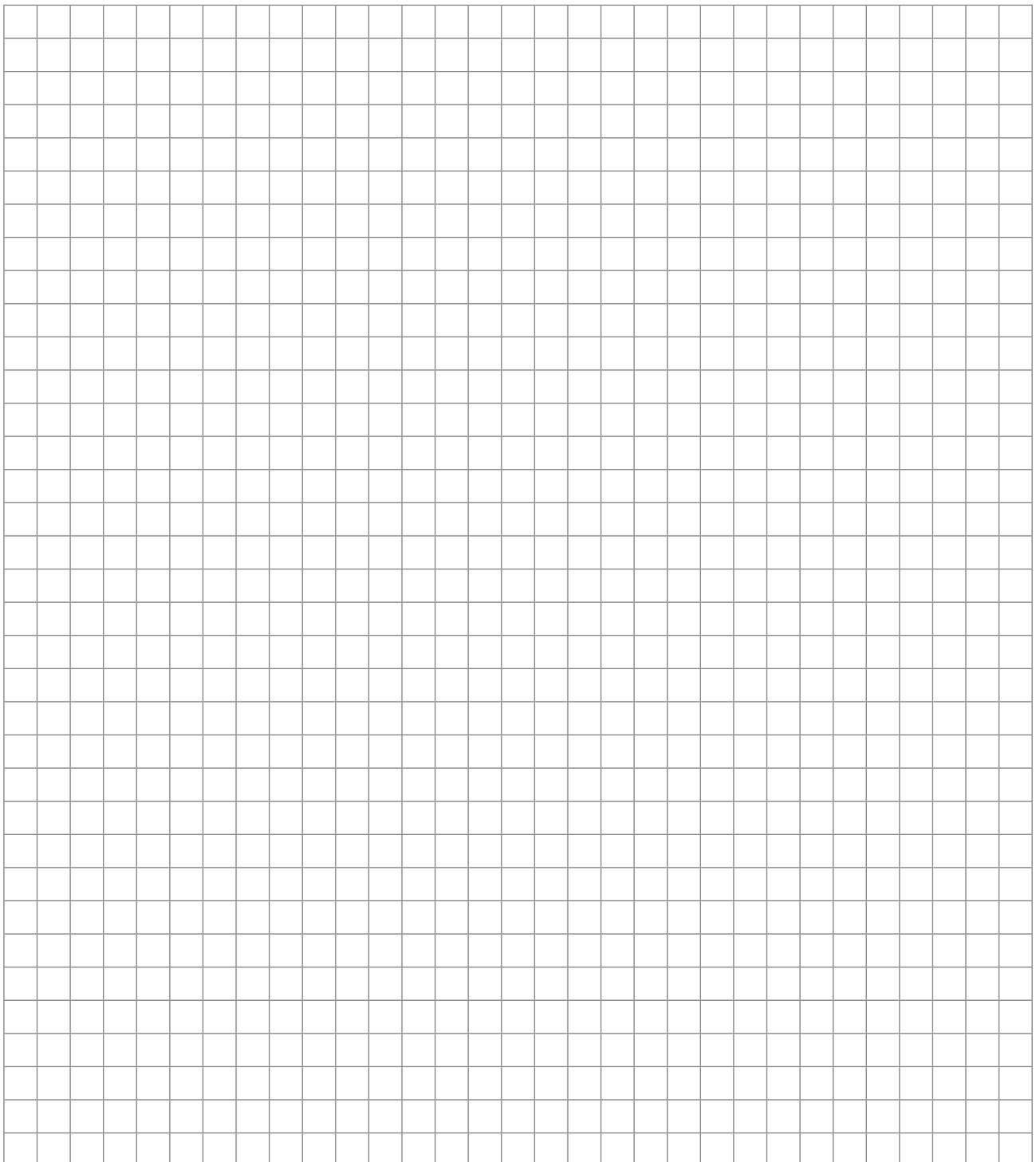
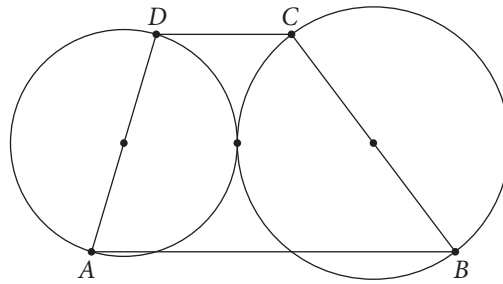
Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^4 + y^4 + 1 > x^3y + xy^3$.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	9	10
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (0–3)

Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD . Okręgi o średnicach AD i BC (ramiona tego trapezu) są styczne zewnętrznie, jak na rysunku. Udowodnij, że w trapez $ABCD$ można wpisać okrąg.



Zadanie 12. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\sin 2x + 2 \sin x \geq \cos x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11	12
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 13. (0–4)

Punkt $S = (s, 0)$ jest środkiem okręgu c_1 , przy czym s jest liczbą ujemną. Obrazem tego okręgu w jednokładności o środku $O = (4, 1)$ i skali $k = 2$ jest okrąg c_2 . Odległość środków obu okręgów jest równa $5\sqrt{2}$, a suma długości ich promieni wynosi $3\sqrt{5}$. Wyznacz równanie okręgu c_2 .





Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	



Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Dany jest trójmian kwadratowy $x^2 + (2m + 2)x + 5m^3 - m$.

- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian ma dwa różne pierwiastki.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian ma dwa pierwiastki, z których jeden jest dodatni, a drugi mniejszy od -2 .



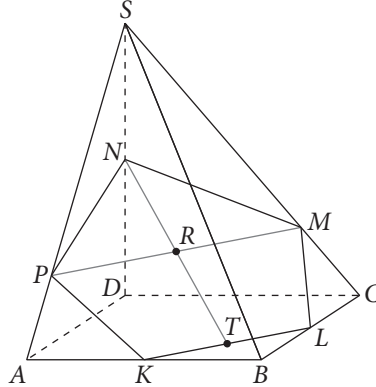


Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–6)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$ o boku długości $2\sqrt{2}$. Krawędź boczna DS jest wysokością tego ostrosłupa, a jej długość jest równa 8. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez punkty: K , L i N , które są odpowiednio środkami krawędzi: AB , BC i DS . Otrzymany w ten sposób przekrój to pięciokąt $KLMNP$ (jak na rysunku). Przekątna PM tego pięciokąta oraz odcinek TN , łączący wierzchołek N ze środkiem przeciwległego boku KL , przecinają się w punkcie R .



Oblicz odległość punktu R od przekątnej BD podstawy ostrosłupa.





Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 17. (0–7)

Dane są: funkcja f , określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \geq -1$ wzorem $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, oraz punkt $A = (4, 0)$. Rozpatrujemy wszystkie odcinki AP , których koniec P leży na wykresie funkcji f . Wyznacz współrzędne tego spośród punktów P , dla którego długość odcinka $|AP|$ jest najmniejsza. Oblicz tę długość.





Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	17
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

